

1

以下の問いに答えよ。

(1) a, b を正の有理数とする。 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ が有理数ならば, \sqrt{a}, \sqrt{b} はともに有理数であることを示せ。(2) a, b, c を正の有理数とする。 $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ が有理数ならば, $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ はすべて有理数であることを示せ。

2

自然数 n に対して, $\sum_{k=1}^{12n-1} \left(\cos \frac{k\pi}{12} \right)^2$ を求めよ。

3

以下の問いに答えよ。

(1) p を 2 以上の自然数とする。すべての正数 x に対して, 次が成り立つことを示せ。

$$1 + \frac{1}{p}x + \frac{1}{2} \frac{1}{p} \left(\frac{1}{p} - 1 \right) x^2 < (1+x)^{\frac{1}{p}} < 1 + \frac{1}{p}x$$

(2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ (n^3 + n^2)^{\frac{1}{3}} - (n^5 + n^4)^{\frac{1}{5}} \right\}$ を求めよ。

4

以下の問いに答えよ。

(1) a を実定数とする。方程式 $x + \sqrt{1+x^2} = a$ を解け。(2) y 軸と直線 $y = \frac{1}{2}$ と曲線 $y = \log(x + \sqrt{1+x^2})$ とで囲まれる領域を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。